

**OPIS MODUŁU KSZTAŁCENIA (przedmiot lub grupa przedmiotów)**

Nazwa modułu/ przedmiotu Teoria miary i całki		Przedmiot Teoria miary i całki			
Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot Instytut Matematyki					
<b>kierunek</b>	<b>specjalność</b>	<b>specjalizacja</b>	<b>semestr/y</b>	<b>poziom kształcenia/ forma kształcenia</b>	<b>forma studiów</b>
Matematyka		nauczycielska	1	SDS/praktyczny	stacjonarne/ niestacjonarne
Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących) prof. Grażyna Kwiecińska, prof. Oleksandr Maslyuchenko, dr Stanisław Kowalczyk, dr Małgorzata Turowska					
Formy zajęć	Liczba godzin				Liczba punktów ECTS
	N (nauczyciel)		S (student)		
	studia stacjonarne	studia niestacjonarne	studia stacjonarne	studia niestacjonarne	
(W) wykład	20	12	30	38	2
Przygotowanie do wykładu			15	18	
Przygotowanie do zaliczenia z oceną			15	20	
(CAU) ćwiczenia audytoryjne	20	12	55	63	3
Przygotowanie do zajęć			15	20	
Przygotowanie domowej pracy kontrolnej			10	10	
Przygotowanie do kolokwiów			20	23	
Przygotowanie prezentacji ustnej			10	10	
<b>Razem</b>	<b>40</b>	<b>24</b>	<b>85</b>	<b>101</b>	<b>5</b>
<b>Metody dydaktyczne</b>					
<ul style="list-style-type: none"> <li>(W) wykład: wykład problemowy, wykład problemowy wspomagany pokazem multimedialnym</li> <li>(CAU) ćwiczenia audytoryjne: ćwiczenia praktyczne - rozwiązywanie zadań, metoda problemowa, praca w grupach, giełda pomysłów (burza mózgów)</li> </ul>					
<b>Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi</b>					
<p>A. Wymagania formalne: analiza matematyczna, wstęp do topologii w zakresie studiów pierwszego stopnia na kierunku matematyka</p> <p>B. Wymagania wstępne:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wiadomości: formułuje definicje i podstawowe twierdzenia z zakresu zbieżności ciągów i szeregów liczbowych, formułuje definicje i twierdzenia dotyczące funkcji ciągłych, podaje definicje i twierdzenia z zakresu ciągów i szeregów funkcyjnych</li> <li>umiejętności: bada granicę i ciągłość funkcji jednej zmiennej, bada zbieżność ciągu i szeregu liczbowego, wylicza całkę i pochodną funkcji jednej zmiennej, rozpoznaje typy podzbiorów na prostej</li> </ul>					
<b>Cele przedmiotu</b>					
Poznanie ogólnej teorii miary i całki ze szczególnym uwzględnieniem konstrukcji i własności miary i całki Lebesgue'a.					
<b>Treści programowe</b>					
<ol style="list-style-type: none"> <li><math>\sigma</math>-ciało i <math>\sigma</math>-ideał, <math>\sigma</math>-ciało generowane przez rodzinę zbiorów. Iloczyn kartezjański <math>\sigma</math>-ciał.</li> <li><math>\sigma</math>-ciało zbiorów borelowskich.</li> <li>Definicja miary i własności, twierdzenie o uzupełnianiu miary, miary skończone i <math>\sigma</math>-skończone.</li> <li>Miara zewnętrzna w sensie Caratheodory'ego i twierdzenie Caratheodory'ego.</li> <li>Miara zewnętrzna i miara Lebesgue'a. Twierdzenia charakteryzujące mierzalność zbiorów w sensie Lebesgue'a.</li> </ol>					

Niezmienniczość miary względem przekształceń izometrycznych.  
 6. Zbiory niemierzalne – konstrukcja zbioru Vitaliego.  
 7. Funkcje mierzalne względem dowolnego  $\sigma$ -ciała.  
 8. Funkcje mierzalne w sensie Lebesgue’a, twierdzenie Łuzina.  
 9. Zbieżność ciągów funkcyjnych według miary i prawie wszędzie. Twierdzenia Riesz’a i Jęgorowa.  
 10. Całka z funkcji mierzalnej według dowolnej miary  $\mu$  i własności. Całkowanie ciągów i szeregów funkcyjnych.  
 11. Całka Lebesgue’a. Związek całki Lebesgue’a z całką Riemanna.  
 12. Miary produktowe.  
 13. Całka Lebesgue’a z funkcji zdefiniowanych na produkcie. Twierdzenie Fubini’ego.

<p><b>Efekty kształcenia</b></p> <p><b>Wiedza</b>          W_01 Formuluje klasyczne własności miary, miary zewnętrznej, funkcji mierzalnych.          W_02 Zna teorię całki Lebesgue’a.</p> <p><b>Umiejętności</b>          U_01 Sprawdza, czy dana rodzina jest <math>\sigma</math>-ciałem, <math>\sigma</math>-ideałem.          U_02 Dowodzi własności miary, miary zewnętrznej.          U_03 Bada własności funkcji mierzalnych.          U_04 Bada własności ciągów funkcyjnych zbieżnych według miary i prawie wszędzie.          U_05 Oblicza całkę Lebesgue’a.</p> <p><b>Kompetencje społeczne</b>          K_01 Zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, jest otwarty na poszukiwanie niestandardowych rozwiązań.</p>	<p><b>Sposób zaliczenia oraz formy i podstawowe kryteria oceny/wymagania egzaminacyjne</b></p> <p><b>A. Sposób zaliczenia</b>          (W) – zaliczenie z oceną          (CAU) – zaliczenie z oceną</p> <p><b>B. Sposoby weryfikacji i oceny efektów</b>          (W) Wykład - zaliczenie pisemne – pytania otwarte i zamknięte – efekty: W_01, W_02, K_01          (CAU) Ćwiczenia audytoryjne          - kolokwia pisemne – pytania otwarte - efekty: U_01, U_02, U_03, U_04, U_05, K_01          - domowa praca kontrolna - efekty: : U_01, U_02, U_03, U_04, U_05, K_01</p> <p>Maksymalna liczba punktów to a. Ocena K z zaliczenia pisemnego, kolokwium, domowej pracy kontrolnej jest wyliczona według zasady:</p> <table border="0"> <tr> <td>K <math>\in</math> [0% a, 50% a)</td> <td>niedostateczna</td> </tr> <tr> <td>K <math>\in</math> [50% a, 60% a)</td> <td>dostateczna</td> </tr> <tr> <td>K <math>\in</math> [60% a, 70% a)</td> <td>dostateczna plus</td> </tr> <tr> <td>K <math>\in</math> [70% a, 80% a)</td> <td>dobra</td> </tr> <tr> <td>K <math>\in</math> [80% a, 90% a)</td> <td>dobra plus</td> </tr> <tr> <td>K <math>\in</math> [90% a, 100% a]</td> <td>bardzo dobra</td> </tr> </table> <p>Oceną zaliczenia wykładu (W) jest ocena z zaliczenia pisemnego.          Ocena zaliczenia ćwiczeń (CAU) jest obliczona jako średnia arytmetyczna ocen z kolokwium pisemnych oraz oceny z domowej pracy kontrolnej.          Końcowa ocena z zaliczenia przedmiotu jest wyliczona jako średnia ważona ocen otrzymanych za poszczególne formy zajęć, dla których wagami są przypisane im liczby punktów ECTS.</p> <p>Oceną modułu jest ocena z przedmiotu.</p>	K $\in$ [0% a, 50% a)	niedostateczna	K $\in$ [50% a, 60% a)	dostateczna	K $\in$ [60% a, 70% a)	dostateczna plus	K $\in$ [70% a, 80% a)	dobra	K $\in$ [80% a, 90% a)	dobra plus	K $\in$ [90% a, 100% a]	bardzo dobra
K $\in$ [0% a, 50% a)	niedostateczna												
K $\in$ [50% a, 60% a)	dostateczna												
K $\in$ [60% a, 70% a)	dostateczna plus												
K $\in$ [70% a, 80% a)	dobra												
K $\in$ [80% a, 90% a)	dobra plus												
K $\in$ [90% a, 100% a]	bardzo dobra												

<b>Matryca efektów kształcenia dla przedmiotu</b>		
<b>Numer (symbol) efektu kształcenia</b>	<b>Odniesienie do efektów kształcenia dla programu</b>	<b>Odniesienie do charakterystyki drugiego stopnia PRK dla obszaru/obszarów</b>
<b>W_01</b>	K2P_W01, K2P_W02, K2P_W03	P7S_WG
<b>W_02</b>	K2P_W01, K2P_W02, K2P_W03, K2P_W06	P7S_WG
<b>U_01</b>	K2P_U01, K2P_U02, K2P_U13	P7S_UW, P7S_UK
<b>U_02</b>	K2P_U01, K2P_U02, K2P_U13	P7S_UW, P7S_UK
<b>U_03</b>	K2P_U01, K2P_U02, K2P_U13	P7S_UW, P7S_UK
<b>U_04</b>	K2P_U01, K2P_U02, K2P_U04, K2P_U13	P7S_UW, P7S_UK
<b>U_05</b>	K2P_U01, K2P_U02, K2P_U04, K2P_U13	P7S_UW, P7S_UK
<b>K_01</b>	K2P_K01	P7S_KK
<b>Wykaz literatury</b>		
<b>A. Literatura wymagana do ostatecznego zaliczenia zajęć:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stanisław Łojasiewicz: Wstęp do funkcji rzeczywistych, PWN, Warszawa 1973.</li> <li>• John C. Oxtoby: Measure and Category, Springer-Verlag, New York Heidelberg Berlin 1971.</li> <li>• Roman Sikorski: Funkcje rzeczywiste, PWN, Warszawa 1958.</li> </ul>		
<b>B. Literatura uzupełniająca:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Franciszek M. Filipczak: Teoria miary i całki, skrypt ze zbiorem zadań, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 1997.</li> <li>• Jerzy Niewiarowski: Zadania z teorii miary, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 1999.</li> <li>• Stanisław Saks: Theory of the Integral, Polish Mathematical Society, 1937.</li> <li>• Marek Balcerzak: Wykłady z teorii miary, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2011.</li> </ul>		
<b>Kontakt</b>		
Dr Małgorzata Turowska <a href="mailto:malgorzata.turowska@apsl.edu.pl">malgorzata.turowska@apsl.edu.pl</a>		